**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра систем автоматизированного проектирования**

Курсовая работа

**по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 3353 |  | Карпенко А.Ю. |
| Преподаватель |  | Пестерев Д.О. |

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

[Введение 3](#_Toc182611927)

[Теоретическая часть 4](#_Toc182611928)

[Числа Мерсена 4](#_Toc182611929)

[Тест Люка-Лемера 4](#_Toc182611930)

[Решето Эратосфена 6](#_Toc182611931)

[Практическая часть 7](#_Toc182611932)

[Заключение 8](#_Toc182611933)

[Коды программ 9](#_Toc182611934)

[Ссылка на репозиторий 10](#_Toc182611935)

# **Введение**

В современном мире вычислительная математика и программирование играют ключевую роль в решении сложных задач науки и техники. Одной из таких задач является анализ чисел Мерсенна — чисел вида , где p является простым числом. Эти числа имеют важное значение в теории чисел, криптографии и компьютерной науке. Одной из наиболее эффективных методик проверки чисел Мерсенна на простоту является тест Люка-Лемера, который используется для поиска больших простых чисел.

**Цель:**

Разработка программного обеспечения для анализа чисел Мерсенна с использованием теста Люка-Лемера, а также реализация оптимизации вычислений путем применения решета Эратосфена и многопоточности. Эти методы позволяют не только ускорить вычисления, но и сделать их более структурированными и модульными.

Практическая ценность работы заключается в создании программы, способной эффективно проверять числа Мерсенна, что может быть полезно в научных исследованиях, связанных с теорией чисел.

Теоретическая значимость работы состоит в применении классических математических алгоритмов в контексте современных вычислительных технологий.

Таким образом, данная курсовая работа объединяет в себе как математическую теорию, так и прикладные аспекты программирования, демонстрируя возможности оптимизации вычислений для решения фундаментальных задач математики.

# **Теоретическая часть**

## **Числа Мерсена**

Число Мерсена — это особый вид чисел, определяемых как:

где p — натуральное число. Такие числа названы в честь французского монаха и математика Марена Мерсена (1588–1648), который изучал их свойства.

1. Если является простым числом, то p тоже должно быть простым. Однако обратное неверно: не для каждого простого p число будет простым.

Например:

1. Простые числа Мерсена играют важную роль в нахождении самых больших известных простых чисел. Например, одно из последних найденных простых чисел Мерсена (по состоянию на 2023 год) имеет вид

и содержит более 24 миллионов цифр.

1. Для проверки чисел Мерсена на простоту используется тест Люка-Лемера, который эффективен для чисел такого вида.

## **Тест Люка-Лемера**

Тест Люка–Лемера (LL-тест) — это алгоритм, применяемый для проверки, является ли число Мерсена простым. Он основан на свойствах последовательности Люка и использует специфическую структуру чисел Мерсена, что делает его очень эффективным для таких чисел.

Основные идеи и шаги алгоритма

1. Определение последовательности Люка:

Последовательность задаётся следующим образом:

Где:

* — число Мерсена, которое проверяется на простоту.
* Все вычисления производятся по модулю , чтобы числа оставались компактными.

2. Условие простоты:

Число является простым, если

Это означает, что й член последовательности Люка делится на без остатка.

Шаги выполнения теста:

1. Убедиться, что p — простое число. Если p составное, то заведомо составное.
2. Вычислить число Мерсена
3. Инициализировать последовательность. Задать начальный член .
4. Рекуррентное вычисление последующих членов последовательности по формуле для k = 1,2,…,p
5. Проверка условия простоты: Если , то — простое число. Иначе — составное.

Пример: Проверим, является ли простым.

1. p=5 — простое.
2. Инициализируем
3. Рекуррентные вычисления:
4. Результат: , следовательно, простое.

## **Решето Эратосфена**

Решето Эратосфена — это эффективный алгоритм для нахождения всех простых чисел до заданного предела n. Он основан на последовательном исключении составных чисел из списка кандидатов. Оставшиеся числа являются простыми.

Шаги алгоритма:

1. Инициализация списка: Создайте массив чисел от 2 до n (
2. Исключение составных чисел:

* Начинаем с первого числа 2, которое является простым.
* Исключаем все его кратные (кроме самого 2) из списка.
* Переходим к следующему числу, которое не было исключено, и повторяем процесс.

1. Завершение**:**

Процесс продолжается до тех пор, пока текущий обрабатываемый элемент p удовлетворяет условию . Кратные всех чисел p, где , уже исключены в ходе предыдущих итераций.

1. Оставшиеся числа: Числа, которые остались в списке после выполнения алгоритма, являются простыми.

# **Практическая часть**

# **Заключение**

В ходе выполнения данной курсовой работы была рассмотрена задача анализа чисел Мерсенна и проверка их на простоту с использованием теста Люка-Лемера. Основное внимание уделялось созданию эффективной и структурированной программы, способной выполнять сложные математические вычисления с применением современных подходов, таких как решето Эратосфена и многопоточность.

Результаты работы позволяют сделать следующие выводы:

1. Алгоритм теста Люка-Лемера был успешно реализован, продемонстрировав свою эффективность для проверки чисел Мерсенна на простоту. Он подтвердил свое практическое значение в задачах теории чисел.
2. Решето Эратосфена оказалось удобным и быстрым инструментом для генерации простых чисел, что обеспечило оптимальное использование вычислительных ресурсов при подготовке входных данных для теста.
3. Многопоточность значительно ускорила выполнение программы, особенно при проверке большого количества чисел. Использование параллельных вычислений позволяет распределять задачи между потоками, что делает программу более производительной и отзывчивой.

Работа показала, что классические математические методы могут быть успешно интегрированы с современными вычислительными технологиями для решения сложных задач. Программная реализация является не только демонстрацией математических алгоритмов, но и примером их эффективного использования в условиях реальных вычислительных ограничений.

Данная работа имеет как образовательное, так и прикладное значение, поскольку сочетает теоретическую математику и практическое программирование, демонстрируя их синергию в современных вычислительных задачах.

# **Коды программ**

# **Ссылка на репозиторий**